جـــــامعة تكـــــريت

كلية التربية للبنات قسم الرياضيات

المادة: الـهندسة

المرحلة الثانية

الموضوع : الشعاع والزوايا

مدرس المادة : م.م فاتن هيثم مولود

الأيميل **Fatin.Haitham@tu.edu.iq**

تعريف الشعاع: مجموعة كل النقاط على مستقيم في نفس الجهة من نقطة O تدعى شعاع وتدعى O نقطة البداية، الشعاعان المناظران لجهتي O يدعيان شعاعين متعاكسين، يرمز للشعاع الذي بدايته B و A نقطة على الشعاع بالرمز $\overrightarrow{AB}$.

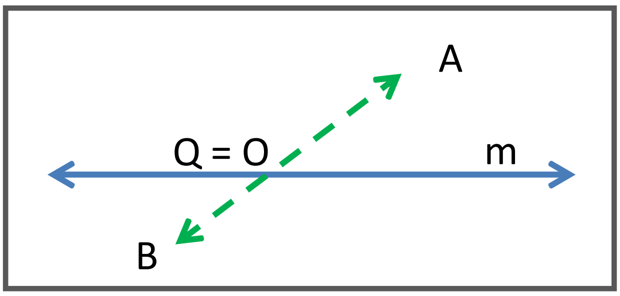
أي ان AB هو مجموعة كل النقاط Xعلى المستقيم AB بحيث ان A لا تقع بين X وB ، بتعبير اخر اما يكون A-X-B او A-B-X.

مبرهنة (١٩) :

أ - الشعاع هو مجموعة محدبة (يستنتج حالا من مبرهنة (١٥ب) ومن تعريف الشعاع).
ب - الشعاع هو مجموعة جزئية من مستقيم (يبرهن من تعريف الشعاع).
ت -للشعاع نقطة بداية وحيدة (يبرهن من تعريف الشعاع ومن مبرهنة (٩).
ث -نقطة البداية لا تنتمي للشعاع (يبرهن مباشرة من مبرهنة (٦) وتعريف الشعاع).
ج -لكل شعاع يوجد شعاع واحد معاكس له (يبرهن من تعريف الشعاع ومبرهنة (٧)).
ح -يتعين الشعاع من نقطة بدايته واي نقطة من نقاطه (يستنتج البرهان مباشرة من تعريف الشعاع ومبرهنة (٨)).
خ -الشعاع الذي نقطة بدايته على مستقيم لكنه لا يقع على المستقيم فان كل نقاطه تقع في نفس الجهة من المستقيم.

البرهان: ليكن $\overrightarrow{OA}$ شعاع لا يقع على المستقيم m وان O على m. يجب ان نبرهن ان كل نقاط OA تقع في نفس الجهة من m نفرض ان العبارة خطأ فتوجد نقطة B على $\overrightarrow{OA}$ بحيث ان B تقع في جهة m التي لا تحتوي على A أي ان B وA في جهتين متعاكستين من m من تعريف الفصل حيث ان m يفصل جهتيه فانه توجد نقطة Q على m بحيث ان A-Q-B. من تعريف الشعاع الذي هو جزء من مستقيم O تقع على المستقيم AB وبما ان A-Q-B فانه من بديهية (٦) وQ تقع على المستقيم AB أي ان الخط AB يقطع الخط m في النقطتينQ وO من بديهية (١) يكون Q = O بما ان A-Q-B ⟵ A-O-B ⟵

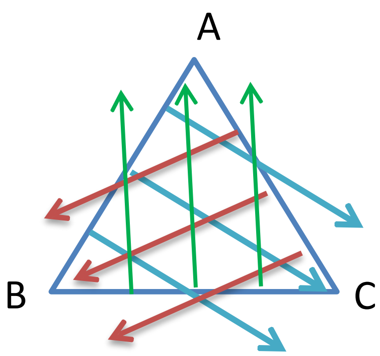
A وB في جهتين متعاكستين من O على الخط AB. بتعبير اخر A وB في شعاعين متعاكسين نقطة بدايتهما O. وهذا يخالف الفرض بان A وB تقعان على الشعاع $\overrightarrow{OA}$ لذلك فان فرضيتنا خاطئة أي ان كل نقاط OA تقع في نفس الجهة من m.



داخـل وخــارج المثـلـث (The inside and The outside of atriangle)

تعريف: داخل ABC Δ هو مجموعة كل النقاط الناتجة من تقاطع جهة المستقيم AB التي تحتوي C وجهة المستقيم ACالتي تحتوي B وجهة المستقيم BC التي تحتوي A.

خارج المثــلـث: هو مجموعة كل النقاط التي لا تقع على المثلث ولا تقع في داخله .



مبرهنة (٢٠): داخل المثلث هو مجموعة محدبة

البرهان : ليكن ABC مثلثا . داخل المثلث ABC هو تقاطع جهة AB التي تحتوي

C وجهة AC التي تحتوي B وجهة BC التي تحتوي A

ومن مبرهنة (١٧) ← جهة المستقيم هي مجموعة محدبة

ومبرهنة (١٨) ← تقاطع (n=3) من المجموعات المحدبة هي مجموعة محدبة.

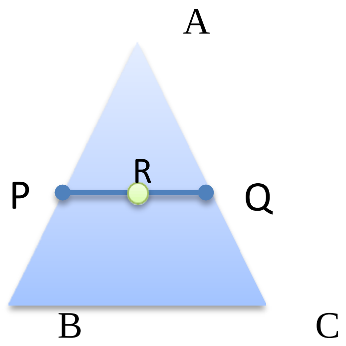
← ABC Δ هو مجموعة محدبة .

مبرهنة (٢١): اذا كانت Q وp نقطتين على ضلعي مثلث و R نقطة على المستقيم وفي داخل المثلث فانP-R-Q.

مبرهنة (٢٢): اذا كانت Q وp نقطتين على ضلعي مثلث فان Q-P هي مجموعة جزئية من داخل المثلث .

مبرهنة (٢٣): داخل مثلث هو مجموعة غير خالية.

البرهان: ليكن ABC مثلثا من بديهية (٩) توجد نقطة P بحيث ان A-P-B وكذلك توجد نقطة Q بحيث A-Q-C من مبرهنة (٢) Q ≠P من بديهية (٩) توجد نقطة R بحيث ان P-R-Q ← R ϵ P-Q من مبرهنة (٢٢) و P-Q هي مجموعة جزئية من داخل المثلث ← R في داخل المثلث لذا فان داخل المثلث هو مجموعة غير خالية.



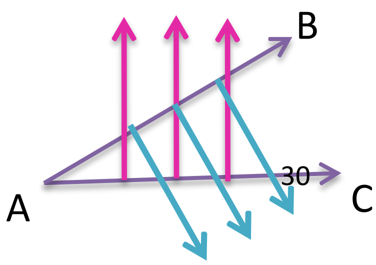
تعريف الزوايا (the angles): ليكن $\overrightarrow{AB}$ و$\overrightarrow{AC}$ شعاعين مختلفين لا يقعان على مستقيم واحد ولهما نقطة بداية مشتركةA، اتحاد الشعاعين مع نقطة البداية يدعى زاوية.

رمز : يرمز للزاوية التي هي اتحاد الشعاعين $\overrightarrow{AB}$ و$\overrightarrow{AC}$ بالرمز : CAB > او

BAC > او للتبسيط A >

مبرهنة (٢٤) : ليكن $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$ شعاعين لا يقعان على مستقيم واحد و ان 'B على $\overrightarrow{AB}$ و 'C على $\overrightarrow{AC}$ فأن $< BAC = < BAC' = < B'AC = < B'AC'$

تعريف: داخل زاوية CAB هو تقاطع جهة الشعاع AC التي تحتوي B وجهة الشعاع AB التي تحتوي C.



خارج الزاوية هو مجموعة كل النقاط التي لا تقع في داخل الزاوية ولا على الزاوية .

مبرهنة (٢٥): للزاوية يوجد رأس واحد فقط.

مبرهنة (٢٦): داخل الزاوية هو مجموعة غير خالية.

البرهان : بما ان داخل المثلث هو مجموعة جزئية من داخل الزاوية ، ومن مبرهنة (٢٣) داخل المثلث هو مجموعة غير خالية فان داخل الزاوية هو مجموعة غير خالية.

مبرهنة (٢٧): داخل الزاوية هو مجموعة محدبة.

البرهان: لتكن BAC زاوية ، داخل <BAC هو تقاطع جهة $\overrightarrow{AB}$ التي تحتوي C وجهة $\overrightarrow{AC}$ التي تحتوي B. من مبرهنة (١٧) جهة المستقيم هي مجموعة محدبة ومن مبرهنة (١٨) تقاطع n من المجموعات المحدبة (n=2) هو مجموعة محدبة ← داخل <BAC هو مجموعة محدبة.

مبرهنة (٢٨): اذا كانت D نقطة في داخل <BAC فان كل نقطة على الشعاع $\overrightarrow{AD}$ تقع في داخل <BAC.