جـــــامعة تكـــــريت
كلية التربية للبنات قسم الرياضيات

المادة: الهندسة

المرحلة الثانية

الموضوع : خواص النظام البديهي

مدرس المادة : م.م فاتن هيثم مولود

الأيميل **Fatin.Haitham@tu.edu.iq**

خواص النظام البديهي

في أي نظام بديهي توجد ثلاثة مفاهيم مهمة هي (1.الاتساق 2. الاستقلالية 3. التمام)

1. الأتساق Consistency

يكون النظام البديهي متسقا اذا وفقط اذا لا توجد في النظام اي بديهيتين او بديهية ومبرهنة او أي مبرهنتين بالشكال(P , ~P) أي بمعنى لا يوجد بينهما تناقض.

◈ان النظام الذي يكون فيه عبارة ما ونفيها صحيحا يكون نظاما لا معنى له.

تعريف (تفسير النظام البديهي)

هو اعطاء معاني في الكلمات الاولية التقنية بطريقة بحيث تصبح البديهيات اما صائبة او خاطئة .

تعريف (النموذج)

يقال للتفسير الذي يجعل كل بديهية في مجموعة من بديهيات صائبة بأنه نموذج (Model).

طريقة اختيار الأتساق:

اذا وجد نموذج لمجموعة من بديهيات فأن المجموعة تكون منسقه أذا وجد نموذج لمجموعة من بديهيات فأن جميع البديهيات في النظام تكون عبارات صحيحة .

نماذج عن الأتساق : في التالي سنقدم مجموعة من النماذج تحقق خاصية الاتساق

نموذج (١) حيث يحقق بديهيات المستوى التالفي نفرض ان كلية التربية قد كرمت الثلاثة الأوائل في كل من المراحل : الثانية، الثالثة والرابعة ، إيفادهم وتقرر ايفادهم الى تسع دول لغرض الاطلاع . وقسمت اللجان الى مجموعات مكونة من ثلاثة اعضاء ، بحيث ان طالبا واحدا من كل مرحلة في لجنة . وان كل لجنة من اللجان الثلاثة تقضي أسبوعا واحدا في دولة ، ثم يعاد تشكيل اللجان وبطريقة انه لايشترك طالبان في لجنتين معا. ثم تقضي اللجان الجديدة أسبوعا واحدا في ثلاث دول أخرى (أي ان كل لجنة في دولة واحدة).

ومن اجل التوضيح طلبة المرحلة الثانية :A,B,C

طلبة المرحلة الثالثة :D,E,F

طلبة المرحلة الرابعة: G,H,I

مصر: A ,D, G

الاردن: B,E,H

اليمن: C,F,E

السودان: A,E,I

الجزائر: B,F,G

تونس: C,D,H

المغرب: A,F,H

ايطاليا: B,D,I

فرنسا: C,E,G

في هذا النموذج تفسر النقاط بالطلاب والمستقيمات باللجان.

2. الاستقلالية Independenc

تعني الأستقلالية انه لا يوجد بديهية في النظام يمكن برهنتها من بقية البديهيات ففي هذه الحالة يمكن اعتبارها كمبرهنة .

تعريف :- يقال عن عبارة انها مستقلة في مجموعة من عبارات اذا لم نتمكن من اشتقاقها من بقية العبارات في المجموعة.

طريقة اختبار الأستقلال : اذا كانت مجموعة بديهيات متسقة فعندما تبدل العبارة (المراد اختبارها) بنفيها للنظام الجديد نموذج فأن العبارة المراد اختبارها تكون مستقلة . التالي سنقدم مجموعة امثله حول طريقة اختبار الاستقلال عدد من البديهيات

مثال:- استقلال البديهية (١) في نظام يونك (مستقيمين و ست نقاط)

ليكن $\ell=[1,2,3]$ ، $m=[4,5,6]$

بحيث ان ℓ , m مستقيمات و 1,2,3,4,5,6 نقاط

بديهية (١) [يوجد نقطتين مختلفتين لا يحويهما مستقيم]

نفي بديهية (١) [يوجد نقطتين مختلفتين لا يحويهما مستقيم].

النفي متحقق هنا لان النقطتين 1,4 على سبيل المثال لا يوجد مستقيم يحويهما.

البديهية (٢) متحققة لان كل مستقيم يحتوي على ثلاث نقاط فقط.

البديهية (٣) متحققة لانه على سبيل المثال يوجد المستقيم ℓ وتوجد النقطة تنتمي اليه.

البديهية (٤) متحققة

لذلك نستنتج بأن بديهية (١) مستقلة.

مثال:- استقلال البديهية (٢) في المستوى التألفي(٤ نقاط و٦ مستقيمات)

١ -البديهية (١) [أي نقطتين يحويهما مستقيم واحد فقط] متحققه لان النقطتين (٢،١) يوجد المستقيم ℓ يحويها وهو الوحيد

والنقطتين (٣،١) يوجد المستقيم n يحويها وهو الوحيد

والنقطتين (٤،١) يوجد المستقيم p يحويها وهو الوحيد

والنقطتين (٣،٢) يوجد المستقيم q يحويها وهو الوحيد

والنقطتين (٤،٢) يوجد المستقيم o يحويها وهو الوحيد

و النقطتين(٤،٣) يوجد المستقيم m يحويها وهو الوحيد

٢ -البديهية (٢) [كل مستقيم يحتوي على ثلاث نقاط في الاقل]

نفي بديهيه (٢) [هو يوجد مستقيم لا يحتوي على ثلاث نقاط] وهذه البديهية متحققة لان كل مستقيم يحتوي على نقطتين.

٣ -البديهية (٣) متحققة [يوجد في الاقل مستقيم ونقطة بحيث النقطة لا تنتمي الى المستقيم] وذلك لان المستقيم ℓ توجد النقطة ٣ لا تنتمي اليه.

٤ -البديهية (٤) متحققة [من نقطة لا تنتمي الى المستقيم يوجد مستقيم واحد فقط يمر من هذه النقطة ويوازي المستقيم المعلوم]

مثال:- استقلال البديهية (٣) (٤ نقاط مستقيم واحد) في المستوى التألفي ليكن [١،٢،٣،٤]=ℓ

١. البديهية (١) متحققة لان النقطتين (٢،١) يوجد المستقيم ℓ يحويهما وهو الوحيد.
٢. البديهية (٢) متحققة لان المستقيم الوحيد الموجود يحتوي على اربع نقاط.
٣. البديهية (٣) [توجد في الاقل نقطة واحدة A ويوجد في الاقل خط واحدℓ] بحيث A لا تنتمي الى ℓ .

نفي هذه البديهية هو لا توجد نقطة A بحيث ان A لا تنتمي الى ℓ وهي متحققة لانه لا توجد نقطة لا تنتمي الى المستقيم ℓ.

٤. البديهية (٤) مستقلة لانه لا يوجد نقطة لا تنتمي الى ℓ.

3. التمـــام Complete

يكون النظام البديهي غير تام اذا امكن اضافة بديهية مستقلة اما اذا لم تتمكن من اضافة مثل هذه البديهية فأن النظام يكون تام .

يكون المستوى الاسقاطي غير تاما وكذلك المستوى التألفي

بينما نظام يونك يكون تاما وكذلك نظام فانو.

تعريف: التقابل المتباين المحافظ على العلاقات

ليكن M_1 و M_2 نموذجين لنظام بديهي معين يحتويان على نفس العدد من العناصر(النقاط ، الخطوط) فاذا كان كل عنصر في النموذج M_1 يقابل عنصر واحد فقط في النموذج M_2 فيقال بأن هنالك تقابل متباين بين النموذجين M_1 و M_2 ويطلق على هذا التباين المتقابل بالتباين المحافظ على العلاقات فاذا كانت كل عبارة صادقة حول عناصر M_1 فانها تكون صادقة حول العناصر المقابلة لها في M_2.

تعريف: التشاكل التقابلي Isomorphic

يقال عن نموذجين بنظام بديهي معين بانهما متشاكلين تقابليا(Isomorphic)اذا وجد على الاقل تقابل احادي واحد محافظ على العلاقات بين النموذجين.

تعريف: النظام البديهي القطعي او الفصيلي Axiomatic System Categorical

يقال عن نظام بديهي بانه نظام بديهي قطعي اذا كان نموذجين للنظام متشاكلين تقابليا.