



جامعة تكريت – كلية التربية للبنات – قسم الرياضيات

المرحلة الرابعة – التحليل العقدي

الدالة المركبة متعددة القيم

الاستاذ نهاد شريف خلف

الايمل : nihad.shreef16@tu.edu.iq

تعريف : الدالة f المعرفة على المجموعة $(S \subset \mathbb{C})$ هي قاعدة الإرتباط الوحيدة لكل عدد z من المجموعة S مع العدد العقدي w . المجموعة S تسمى المجال للدالة f والعدد العقدي w هو صورة العدد z بالنسبة للدالة f ومجموعة كل الصور $R = \{w = f(z) : z \in S\}$ تسمى مدى الدالة f أو صورة الدالة f .

وكما هو معروف بأن العدد $z = x + iy$ لذلك فإن $w = u + iv$ حيث u, v هما الجزئين الحقيقي والخيالي للعدد w على الترتيب والتي تعتبر دوال حقيقية تعتمد على المتغيرين x, y حيث $u = u(x, y)$, $v = v(x, y)$ لذلك تكتب الدالة $f(z)$ بالصورة التالية $f(z) = w = u(x, y) + iv(x, y)$ وهي دالة ذات قيم معرفة على S .

ومن الجدير بالذكر هنا بأنه عند رسم الدالة العقدية فلنأخذ لا يمكن أن نضلل الرسم بسهولة كما هو معتاد عند رسم الدوال الحقيقية بل سيعتمد رسمنا للدالة العقدية على وصف تأثير الدالة على مجالها.

مثال: إذا كانت $f(z) = z^2$ فإن

$$f(x + iy) = (x + iy)^2 = x^2 - y^2 + i2xy$$

$$v(x, y) = 2xy ,$$

$$u(x, y) = x^2 - y^2$$

وهنا يكون لدينا

بينما في الحالة التطبيقية فإن

$$f(re^{i\theta}) = (re^{i\theta})^2 = r^2 e^{i2\theta} = r^2 \cos 2\theta + ir^2 \sin 2\theta$$

$$v(r, \theta) = r^2 \sin 2\theta ,$$

$$u(r, \theta) = r^2 \cos 2\theta$$

لذلك يكون

مثال: عبر عن الدالة $f(z) = 8x^2 + i8y^2$ بدلالة المتغيرين z, \bar{z}

الحل: بما أن

$$\text{فإن } \operatorname{Re} z = x = \frac{z + \bar{z}}{2}, \operatorname{Im} z = y = \frac{z - \bar{z}}{2i}$$

$$f(z) = 8 \left(\frac{z + \bar{z}}{2} \right)^2 + i8 \left(\frac{z - \bar{z}}{2i} \right)^2$$

$$= 2z^2 + 4z\bar{z} + 2\bar{z}^2 - i(2z^2 - 4z\bar{z} + 2\bar{z}^2)$$

$$= (1 - i)2z^2 + (4 + 4i)z\bar{z} + (1 - i)2\bar{z}^2$$

الدالة المركبة متعددة القيم (Multiple valued complex function)

يقال للدالة $w = f(z)$ المعرفة على المجال S بأنها دالة متعددة القيمة إذا كان لكل نقطة $z \in S$ يقابلها عدة قيم

$w = f(z)$.